

IV Школьный конкурс РЭШ



**ФОНД
ЕГОРА
ГАЙДАРА**

1 марта — 11 апреля 2013 года

Решения

Задача № 1. «Налоги против ожирения»

(7 баллов)

В последнее время сильное увеличение процента людей, страдающих излишней полнотой или ожирением, вызывает тревогу как среди медиков, так и в обществе в целом. Одной из широко обсуждаемых мер по борьбе с этой проблемой в США стало предложение по увеличению налога на продажу напитков с высоким содержанием добавленного сахара. К таким напиткам, например, относятся многие газированные напитки, включая «Кока-Колу» и «Пепси-Колу». Сторонники этой меры приводят в пример успешную антитабачную политику, при которой повышение акцизного налога на табачные изделия привело к резкому сокращению их потребления и уменьшению процента курящих. К примеру, в настоящее время цена пачки сигарет составляет в США в среднем около 6 долларов, из которых примерно 2 доллара и 50 центов составляют федеральные и местные акцизные налоги.

Противники предложения считают, что даже сильное увеличение налога на напитки с высоким содержанием добавленного сахара при полном соблюдении и выполнении закона, скорее всего, не приведет к ощутимому уменьшению проблемы излишней полноты и ожирения среди населения.

Приведите не менее двух разных аргументов в поддержку противников предложения.

Решение

1) В то время как табак не является жизненно необходимым продуктом, напитки таковыми являются. При повышении цен на напитки с высоким содержанием добавленного сахара население переключится на другие напитки. Если они будут высококалорийными, такими как натуральные соки или цельное молоко, то количество потребленных калорий не изменится и проблема лишнего веса и ожирения не уменьшится.

2) Даже если потребление напитков с высоким содержанием добавленного сахара снизится, это может не привести к существенному снижению процента людей, страдающих излишней полнотой или ожирением, если калории от напитков с высоким содержанием добавленного сахара составляют лишь небольшую долю от общего числа потребляемых калорий в рационе людей.

Задача № 2. «Стоимость обучения»

(7 баллов)

Местный Государственный Университет проводит вступительные экзамены и принимает на учебу тех, кто решил больше задач. Известно, что средний выпускник этого университета за жизнь зарабатывает на миллион долларов больше, чем средний человек без высшего образования, а следовательно, брать миллион долларов за обучение в Местном Государственном Университете с каждого студента справедливо. Согласны ли вы с этой логикой? Можно ли оценить вклад университета в развитие способностей студента лучшим способом?

Решение

Такая логика вызывает сомнения: скорее всего, лучше решать задачи получается у тех, кто умнее. Если в Местном Государственном Университете учатся те, кто умнее, то даже если сам Местный Государственный Университет ничему не учит, то его выпускники будут умнее, чем те, кто туда не попал. Таким образом, вклад Местного Государственного Университета в разницу зарплат составляет не больше миллиона долларов. Немножко правильнее можно оценить вклад Местного Государственного Университета, посмотрев на разницу между средней зарплатой выпускника Местного Государственного Университета и работника, который решал на подготовительных курсах задачи с такой же эффективностью, но не попал по какой-нибудь причине в Местный Государственный Университет (например, сломал ногу перед экзаменом).

Задача № 3. «Раздельный аукцион»**(7 баллов)**

Васе на День Рождения подарили коньки, но, к несчастью, они оказались ему малы. Предприимчивый Вася, недолго думая, решил продать полезную вещь за 1000 рублей. На его предложение откликнулись Петя и Серёжа. После примерки оказалось, что обоим коньки подходят. Тогда Вася решил устроить аукцион между двумя мальчиками, разделив товар на две части. Сначала на торги за первоначальную цену 500 рублей был выставлен правый конек, который после продолжительной борьбы был куплен Петей за 700 рублей. Потом за такую же первоначальную цену был выставлен левый конёк. Кто его купит? Будет ли последняя ставка за левый конек такой же, как и за правый? Обоснуйте свой ответ.

Решение

Основной предпосылкой задачи является тот факт, что для обоих мальчиков ценность одного конька крайне мала: каждый заинтересован в приобретении пары. Тогда активное участие обоих мальчиков в первом аукционе после объявления номинала 500 рублей говорит о том, что у каждого есть не менее 1000 рублей, так как оба мальчика рассчитывали на покупку пары коньков.

С одной стороны, для приобретение второго конька не сильно порадует Серёжу ввиду отсутствия пары. Поэтому остается единственное заинтересованное в такой покупке лицо — Петя, который купит второй конек по минимальной ставке 501 (после объявления номинала 500 рублей Петя осуществляет минимальное повышение ставки на 1 рубль).

С другой стороны, Серёжа может обидеться на Петю (за то что тот перекупил первый конёк) и попытается «насолить» ему во втором аукционе. Он может до упора повышать ставку, и тогда возможны два исхода событий:

- 1) Петя заплатит больше 1000 за второй конек (в зависимости от количества денег у Серёжи);
- 2) Серёжа приобретет второй конек за цену чуть большую, чем сумма денег, оставшаяся у Пети после первого аукциона.

Задача № 4. «Пирог под кастрюлями»**(10 баллов)**

У Алисы и Боба есть пирог. Если пирог резать много раз, он крошится, поэтому больше одного раза резать его нельзя. Алиса предлагает: «Боб, давай я разрежу пирог на две части, ты выберешь себе одну из частей, а вторая достанется мне».

а) Объясните, почему Алисе выгодно разрезать пирог так, чтобы половины были одинаковыми.

б) Боб в ответ говорит: «Алиса, я придумал отличную идею. Я разрежу пирог на два куска и спрячу под двумя кастрюлями, один кусок под синей, другой под красной. Ты выберешь кастрюлю, и какой кусок под ней окажется, такой тебе и достанется». Под какую кастрюлю Боб положит кусок побольше, если он знает, что Алиса в подобных ситуациях чаще выбирает красную кастрюлю?

в) Как Алисе надо выбирать кастрюлю, если она знает, что куски разные?

г) Какую долю торта — большую или маленькую — получит Боб с большей вероятностью? Какую долю торта в среднем будет получать Боб? Что с ней произойдет, если Боб поделит куски чуть более справедливо?

Решение

Задачу интересно решать, если оба участника хотят пирог, и чем больше пирога, тем лучше.

а) Боб при выборе из двух неравных частей выберет ту, которая больше. Если один из кусков будет меньше половины, Алисе достанется меньше, чем полпирога. Если половины будут равными, Алисе достанется полпирога, поэтому Алисе выгодно стараться, чтобы половины были одинаковыми

б) Если Алиса чаще выбирает красную кастрюлю, Бобу выгодно ничего под нее не класть: Боб будет получать весь пирог с вероятностью, большей $1/2$, то есть, средний размер пирога, получаемого Бобом, составит больше половины. Разумеется, если радость Боба от пирога нелинейна по объему, Боб может решить, что надежные полпирога (в случае равного распределения) выгодней, чем лотерея.

в) Если Алиса считает, что Боб будет делить пирог поровну, то она может выбирать кастрюли как угодно. Если Алиса понимает, что Боб будет класть весь пирог под ту кастрюлю, которую она выбирает реже, то она выбирать кастрюли с разными вероятностями ей незачем, поэтому она будет выбирать кастрюли с равными вероятностями.

г) Боб получит большую или маленькую части пирога с равными вероятностями. Поэтому в среднем Боб получит полпирога, вне зависимости от того, как именно он поделит пирог: никаких стимулов к справедливости у Боба нет, если он максимизирует средний объем пирога.

Задача № 5. «Подержанные автомобили»**(15 баллов)**

На рынке подержанных автомобилей действует 101 продавец, каждый из которых хочет продать одну машину. Качество этих машин отличается с точки зрения покупателей: у первого продавца машина с 1 единицей качества, у второго — с 2 единицами и т. д. Если покупатель думает, что он покупает автомобиль с X единицами качества, то он готов заплатить за него максимум $X + 10$ рублей (если же ему удастся купить такой автомобиль дешевле, чем за $X + 10$, то будем говорить, что разница между $(X + 10)$ и ценой — его выигрыш). Покупателей много, так что по цене $X + 10$ всегда можно продать сколько угодно автомобилей качества не ниже X . Кроме того, каждый продавец может отправить свой автомобиль на запчасти и получить за них столько рублей, сколько единиц качества имеет автомобиль (продавцы делают так, только если продажа целого автомобиля принесет им меньше, чем продажа запчастей).

а) Предположим, что покупатели могут безошибочно определять качество автомобилей при покупке. Сколько автомобилей будет продано и по каким ценам?

б) Предположим теперь, что качество ненаблюдаемо покупателями (они не могут отличить хороший автомобиль от плохого при покупке), поэтому продавать автомобили можно только по единой цене P . Найдите $S(P)$ — зависимость количества автомобилей, которые владельцы хотят продать, от их цены. Чему будет равно $AH(P)$ — среднее арифметическое качества предлагаемых по цене P автомобилей?

в) Поскольку потребители не могут определить качество, все они готовы платить за любую машину, продающуюся по цене P , как за машину со средним качеством, то есть не более $AH(P) + 10$. Сколько автомобилей будет продано и какова будет их цена? Кто выиграет и кто проиграет по сравнению с ситуацией, когда качество автомобиля известно всем?

Решение

а) Поскольку качество наблюдаемо всеми, то у каждой машины будет свой рынок, т.к. все они являются разными товарами. Цену машины качества X в равновесии нетрудно найти, ведь предложение машины качества X совершенно неэластично при цене большей, чем X , и равно 1, а спрос — совершенно эластичен при цене $P_d = X + 10$. Выходит, что будут проданы все машины, причем

$$P(i) = i + 10$$

Если бы цена была больше этого значения, то никто бы не покупал машины и продавцы бы снизили цены (ведь продавец готов продать машину качества X за X даже если он чувствует свою рыночную власть), а меньше она быть не может, т.к. при такой цене потребители начнут конкурировать и поднимут цену (если продавец сам ее не поднимет).

б) Каждый отдельный владелец машины имеет такую функцию предложения:

$$q_s^i(P) = \begin{cases} 1 & , \text{ если } P \geq i \\ 0 & , \text{ если } P < i \end{cases}$$

Тогда общее рыночное предложение при цене $P \leq 101$ будет равняться P . Действительно, при цене 1 будет предлагаться одна машина, при цене 2 — две, по цене 101 — сто одна машина. При ценах больших, чем 101, всегда будет предложен 101 автомобиль.

Теперь нетрудно найти среднее качество машин $AH(P)$, которые будут предложены на рынке при цене P . Как мы уже установили, при цене P будет предложено P автомобилей, качество которых будет пробегать все целые значения от 1 до P . Тогда общее качество машин можно подсчитать как сумму арифметической прогрессии, а для нахождения среднего качества нужно

будет просто поделить общее на число автомобилей.

$$AX(P) = \frac{1 + 2 + \dots + P}{P} = \frac{\frac{P(P+1)}{2}}{P} = \frac{P+1}{2}$$

Если, к примеру, цена равна 3, то будет продано три автомобиля (качества 1, 2 и 3), их среднее качество будет как раз равно 2.

в) Если на рынке продаются автомобили среднего качества $AX(P)$, то потребители будут предъявлять абсолютно неэластичный спрос на уровне $P_d = AX(P) + 10$. В равновесии цена P_d , которую готовы заплатить потребители, должна совпадать с ценой, которую получают продавцы, т.е. должно быть верно, что $P_d = P$.

$$P = \frac{P+1}{2} + 10 \Rightarrow P^* = 21$$

При цене 21 потребители готовы купить любое количество автомобилей, производители же при такой цене готовы будут предложить $Q_s(P^*) = 21$ автомобиль. К примеру, при $P = 3$, как было отмечено, будут предлагаться три автомобиля со средним качеством 2, в то время как люди готовы заплатить за машину с таким ожидаемым качеством 12 рублей. Аналогично, если бы цена предложения равнялась 101 рубль, то предлагалась бы 101 машина со средним качеством 51 — но люди готовы заплатить за машину с таким ожидаемым качеством всего 61 рубль. Если же цена равна 21, то предлагается 21 автомобиль со средним качеством 11 — и как раз 21 рубль готовы покупатели платить за машину с таким качеством.

Продавцы с качеством от 1 до 10 раньше получали за свои машины от 11 до 20, а теперь все они получают 21 — они выиграли. Покупатели этих машин проиграют ровно столько же (раньше бы они купили эти машины дешевле, чем по 21).

Продавец с качеством 11 получает 21 в любом случае — ему без разницы, его покупателю тоже.

Продавцы с качеством от 12 до 20 раньше получали за свои машины от 22 до 30 — их выигрыш тоже упал, хотя он и больше, чем от продажи автомобиля на запчасти. Заметим, что их покупатели выиграли: скажем, за машину с качеством 18 раньше платили 28, а теперь же — только 21.

Те же продавцы, чьи машины имеют качество от 21 теперь вообще не продадут свои машины (кроме продавца с качеством 21) — они все проиграли по 10 рублей каждый, отдав машины на запчасти. Их покупатели остаются без автомобилей, но раньше им было без разницы, покупать их или нет, так что они не проиграли.

Задача № 6. «Корреляции»**(10 баллов)**

Одним из важных для экономиста умений является умение отличать корреляцию¹ от причинно-следственной связи. Экономисты часто пытаются найти в данных какие-то закономерности, и в такой ситуации ключевым становится именно умение правильно объяснить полученный результат. Поэтому в данной задаче вам предлагается подумать над возможными объяснениями закономерностей, которые экономисты зачастую находят в своих исследованиях.

а) Иногда оказывается, что при прочих равных условиях (например, при одинаковом возрасте, поле, уровне образования и т. д.) люди, прошедшие программу повышения квалификации или переобучения после увольнения, зарабатывают меньше, чем люди, не проходившие такую программу. Точно так же бывает, что люди, которые чаще обращались ко врачу за определенный период времени, впоследствии имеют больше проблем со здоровьем, чем те, кто обращался ко врачу реже.

Значит ли это, что программы переобучения действительно уменьшают будущую зарплату, а врачи вредны для здоровья пациентов? Или же можно придумать другое объяснение вышеописанным явлениям, которое не противоречит тому, что программы переобучения повышают зарплату, а врачи помогают людям сохранять здоровье?

б) Часто оказывается, что выпускники более престижных школ поступают в более престижные вузы, а выпускники более престижных вузов, в свою очередь, находят более престижную и высокооплачиваемую работу. Можно ли из этого с уверенностью сделать вывод, что в престижных школах и вузах действительно учат лучше, чем в менее престижных? Или же можно придумать объяснение, при котором выпускники более престижных учебных заведений будут более успешны, даже если на самом деле качество образования везде одинаковое?

Решение

В обоих примерах имеет место так называемое «смещение самоотбора». Оно заключается в том, что люди попадают в разные группы или ситуации не случайным образом, а на основе некоторых их характеристик (обычно ненаблюдаемых), которые в то же время оказывают влияние и на интересующую нас переменную. Давайте рассмотрим это явление подробнее.

а) Программы повышения квалификации или переобучения проходят те люди, которых уволили с работы. Но увольнение с работы, как правило, не является случайным: более производительных, талантливых и трудолюбивых людей в среднем увольняют реже. Поэтому получается, что уволенные люди в среднем менее способны, чем те, которых не уволили. Сравнивая людей, прошедших программу переобучения, со всеми остальными, мы сравниваем их как с другими уволенными, так и с сохранившими работу, то есть, в среднем, с более способными людьми. А более способные люди, в среднем, зарабатывают больше, чем менее способные, поэтому программа переобучения здесь ни при чем: вполне может быть так, что она положительно влияет на зарплату, но из-за разницы в способностях зарплата людей, прошедших переобучение, все равно остается в среднем ниже, чем у всех остальных.

б) Точно так же и с врачами: люди, которые обращаются ко врачам чаще, в среднем менее здоровы, чем люди, обращающиеся ко врачам реже. Например, они могут иметь врожденные заболевания, плохой иммунитет, и т. п. Но это значит, что такие люди и в будущем будут чаще иметь проблемы со здоровьем. Поэтому даже если врачи их хорошо лечат, вполне возможно, что их слабое здоровье никуда не денется, и все равно они в среднем будут болеть чаще, чем

¹Говорят, что наблюдается положительная корреляция между переменными x и y , если в фактических наблюдениях вида (x_i, y_i) большим значениям одной переменной соответствуют большие значения другой переменной. Отрицательная корреляция — когда большим значениям одной переменной соответствуют меньшие значения другой переменной.

изначально здоровые люди, у которых просто нет повода обращаться ко врачу.

в) Как правило, школьники и абитуриенты, думающие о том, в какую школу или вуз поступать, обращают внимание на престижность, рейтинг и «качество образования» в соответствующем учебном заведении. Если школа или вуз считаются хорошими, то туда будут стремиться попасть много ребят, среди которых, с свою очередь, будет много талантливых и способных учеников. Соответственно, у такого учебного заведения будет возможность отобрать сильных ребят. В плохую же школу или вуз, скорее всего, попадут не очень сильные ребята. Но ведь у более талантливых ребят шансы поступить в сильный вуз или найти хорошую работу изначально выше, чем у менее талантливых! Возникает замкнутый круг: если даже школы А и Б на самом деле одинаковы по качеству, но все почему-то думают, что А лучше, то в конечном счете в А окажутся более сильные ученики, они поступят в более хорошие вузы, все продолжат думать, что школа А лучше, туда опять попадут более сильные дети, и так далее. Поэтому на самом деле даже при одинаковом качестве образования выпускники более престижных школ и вузов будут более успешны просто потому, что они более талантливы, чем выпускники менее престижных учебных заведений.

Задача № 7. «Системы здравоохранения»**(10 баллов)**

Некоторые страны (например, Великобритания) имеют государственную систему здравоохранения: жители не платят докторам за визиты, а вместо этого платят налоги, которые идут на зарплаты докторам и обслуживающему персоналу. Другие страны (например, США) имеют частную систему здравоохранения, где каждый гражданин индивидуально страхуется от медицинских неприятностей, и страховая компания платит за гражданина, если ему он попадает в больницу.

- а) В какой системе лучше гражданину (если разным гражданам по-разному, то каким где)?
- б) В какой системе лучше доктору (если разным докторам по-разному, то каким где)?
- в) В какой системе лучше администрации больницы?

Решение

а) Граждане отличаются многими характеристиками. Возьмем богатство. Очевидно, богатые граждане платят больше налогов, чем бедные, и в дополнительных налогах для обеспечения бедного населения медицинскими услугами напрямую не заинтересованы. Со стороны страховки, богатые граждане имеют доступ к лучшим по качеству благам (отдых в курортных местах, такси вместо автобусов, и т. п.), и в среднем здоровее, поэтому страховка богатого в среднем будет меньше, чем страховка бедного.

Таким образом, богатые граждане заинтересованы в частной системе страхования, а бедные — в государственной.

б) Обучение доктора — длительный процесс, и поэтому на некоторых рынках может сохраняться дефицит докторов какого-то профиля длительное время. В системе частного медицинского страхования доктора, предоставляющие уникальные услуги, могут рассчитывать на большее вознаграждение: в условиях ограниченности времени талантливого доктора цена услуг конкретного доктора растет. Это не только делает медицину более привлекательной для талантливого студенчества, но и позволяет докторам использовать современные технологии.

Разумеется, подобные возможности достаточно привлекательны для искусственного ограничения предложения. Медицинская профессия в такой системе заинтересована в ограничении входа на рынок новых докторов (как свежесвыпущенных местных, так и иммигрантов).

Таким образом, высококвалифицированные врачи высокого спроса заинтересованы в частной системе страхования, и положительный отбор может несколько улучшить среднее качество врачей. С другой стороны, доступность лечебных услуг может снизиться из-за ограничений на вход.

в) Администрация условной поликлиники в случае системы частного медицинского страхования заинтересована в максимизации прибыли поликлиники, а в случае государственного медицинского страхования — в максимизации государственных трансфертов. В случае частного медицинского страхования администрация будет устанавливать цены, максимизируя прибыль. Таким образом, зарплаты администраторов будут выше в случае системы частного медицинского страхования. Кроме того, администраторы решают, какие услуги оказываются потребителям, и потребителям сложно проверить, действительно ли эти услуги нужны, и действительно ли они столько стоят. Таким образом, в системе частного медицинского страхования администраторы могут зарабатывать, предавая интересы граждан.

Таким образом, администраторы заинтересованы в системе частного медицинского страхования.

Задача № 8. «Чиновник и обувь»**(16 баллов)**

В одной маленькой стране чиновнику, регулирующему обувную промышленность, осталось 5 лет до выхода на пенсию. Он решил заработать на рынке акций отечественных обувных фирм, поскольку хорошо разбирается в этой отрасли и всегда может отобрать те фирмы, которые останутся на плаву при любых условиях. При прочих равных стоимость акций всех обувных фирм растет на 5% в год. (Считайте, что инфляция и ставки по вкладам в банках в этой маленькой стране ниже 5%, и рынок акций является высокодоходным).

В настоящий момент чиновник скопил 100 000 долларов трудовых доходов, которые он хочет вложить в акции. Один лот акций стоит 10 000 долларов. Соответственно он может распределять все сбережения или их часть между акциями разных фирм (от 0 до 10 разных фирм).

Как чиновник, регулирующий данную отрасль, он может оказывать преференции разным фирмам (или не оказывать ни одной из фирм). Чем большему количеству фирм он оказывает преференции, тем меньше положительный эффект для фирмы. Стоимость акций фирмы, которой оказывают преференции, растет дополнительно на $(5 - 0,5N)$ процентных пунктов, где N — количество фирм, которым чиновник оказывает преференции. При этом он может инвестировать в том числе и в фирмы, которым не оказывал преференций.

Кроме того чиновник может принять решение о регулировании импорта обуви, влияющее на состояние всех фирм на рынке. В начале каждого года он принимает решение, будут ли импортные пошлины на обувь высокими или низкими. Политического ресурса чиновника хватит ровно на 2 изменения режима импортного тарифообразования в течение следующих 5 лет.

В настоящий момент тарифы на обувную продукцию низкие. Зависимость изменения темпов роста стоимости акций обувных фирм в зависимости от количества лет, проведенных при том или ином режиме², приведена в таблице (учитываются только годы в течение ближайших 5 лет — те годы что были до текущего момента не считаются):

Режим	1 год	2 год	3 год	4 год	5 год
Низкие тарифы	-0,4%	-0,1%	0,4%	1,1%	1,5%
Высокие тарифы	2%	1%	0,5%	0%	-1%

При прочих равных (в случае равенства доходов) чиновник предпочитает сначала действовать в условиях режима высоких тарифов.

Предположим, что через два года после того, как он начал оказывать преференции фирмам, чиновника заставляют отдать доходы, полученные от инвестирования в те фирмы, которым он оказывал преференции, за период, пока оказывались преференции. Под доходом понимается прирост стоимости акций в течение этих 2 лет. Изначальные инвестиции/стоимость акций на начало периода преференций не изымаются.

Но при этом, так как доказать ничего нельзя, его заставляют отдать доходы с $\lceil K/3 \rceil$ самых крупных инвестиций на рынок, где K — число фирм, в которые он вложил средства, а $\lceil K/3 \rceil$ — округление вверх до целого числа значения $K/3$. После уплаты штрафа чиновника отстраняют от управления отраслью и он не может оказывать преференции фирмам. Тарифный режим после отстранения чиновника не меняется.

а) Какова оптимальная стратегия действий чиновника (как с точки зрения регулирования, так и с точки зрения инвестирования и преференций), если он не может предвидеть штрафы и отстранение от должности? Сколько он заработает, выбрав эту оптимальную стратегию?

²Включая тот год, в который устанавливается тариф.

б) Какова оптимальная стратегия чиновника, если он может предсказать последствия своих действий? Сколько он заработает, выбрав оптимальную стратегию в этом случае? Считайте, что продать акции можно только в конце пятилетнего цикла, и, вложившись в компанию, деньги вернуть уже нельзя до момента выхода на пенсию.

Решение

а) Решения о преференциях не влияют на решения о регулировании в пункте а). Это обусловлено неизменностью структуры портфеля между периодами и аддитивным характером прироста от преференций.

В условиях отсутствия информации о грядущем штрафе решение о преференциях очевидно: все в одну фирму, каждый год получает дополнительно 4,5 процентных пункта прироста, остальные варианты снижают прирост дохода. Тарифная политика здесь также должна учитываться только на 5 лет (а не на 2 года до штрафа).

Имеет ли смысл переключаться?

Темпы роста с учетом политики и доп-прироста 0,9%

Год	1	2	3	4	5
Низкие тарифы	9,1%	9,4%	9,9%	10,6%	11,0%
Высокие тарифы	11,5%	10,5%	10,0%	9,5%	8,5%

Накопленный итог с учетом доп-прироста 4,5%

Год	1	2	3	4	5
Низкие тарифы	109,1%	119,4%	131,2%	145,1%	161,03%
Высокие тарифы	111,5%	123,2%	135,5%	148,4%	161,02%

Заметим что политика «сначала 1 год при низких тарифах и потом 4 года при высоких» эквивалентна политике «сначала 4 года при высоких тарифах и потом 1 год при низких». Рассмотрим соответственно все комбинации:

	Число лет при соответствующем режиме					
Низкие тарифы	5	4	3	2	1	0
Высокие тарифы	0	1	2	3	4	5
Прирост	1,6103	1,6176	1,6161	1,6176	1,6191	1,6102

Таким образом, максимум достигается при 4 годах высокого тарифа и затем 1 годе низкого тарифа (предпочтения по условию задачи).

Суммарный доход. За первые два года ничего (по итогам двух лет весь прирост стоимости фирмы будет изъят). За последующие 3 года акции без преференций вырастут до $1,055 \times 1,05 \times 1,046 \times 100\,000 = 115\,870$ долларов.

б) Теперь тарифная политика зависит от решения по преференциям так как мы можем определять — изымут доход на низком уровне роста рынка или на высоком.

Сначала рассчитаем доход, если не будет преференций. Сумма на конец пятого года составит 131 420 долларов ($1,07 \times 1,06 \times 1,055 \times 1,05 \times 1,046$).

Стратегии по числу фирм.

Число фирм, по которым сохранится доход	Общее число фирм	Минимальный размер инвестиций, на которые будет наложен штраф	Доп процент
6	10	40 000	0
6	9	40 000	0,5
5	8	50 000	1
4	7	60 000	1,5
4	6	40 000	2
3	5	40 000	2,5
2	4	60 000	3
2	3	40 000	3,5
1	2	50 000	4
0	1	100 000	4,5

Размер инвестиций, на которые будет наложен штраф, рассчитывается следующим образом (на примере общего количества в 9 фирм). Если инвестиции сделаны в 9 фирм, то будет 1 фирма с вложением 20 000 и 8 фирм с вложением по 10 000. Поскольку штраф налагается на самые крупные фирмы, то он будет наложен на 1 фирму с 20 000 и 2 фирмы с 10 000. Аналогичным образом рассчитан штраф для других количеств фирм.

Так как штраф налагается, даже если преференция оказывается только одной фирме, то если принято решение оказывать преференции, то надо оказывать преференции всем фирмам. Очевидно, что оказывать преференции 10, 1 фирмам невыгодно — в этом случае можно получить больше, не оказывая преференций.

Кроме того из стратегий, когда изымают доход с 40 000 лучше всего инвестировать в 3 фирмы. Из стратегий когда забирают с 50 000 — лучше инвестировать в 2 фирмы, 60 000 — 4 фирмы. Однако последняя стратегия уступает первым двум, так как там меньше доходность и изымают с большего объема инвестиций. Таким образом, надо разобрать только 2 стратегии — 3 фирмы и 2 фирмы.

Тарифное регулирование зависит только от того, в каком порядке будут идти стратегии (каким по счету окажется единственный год с низкими тарифами). Чиновнику хотелось бы чтобы изъяли доход за два года с самым низким приростом и чтоб для оставшихся фирм накручивалось как можно большее.

1-я стратегия. Инвестирование 40 000 — 30 000 — 30 000

Сначала 1 год низкого тарифа, затем 4 года тариф высокий.

Первая фирма получит $40\,000 \times 1,06 \times 1,055 \times 1,05 = 46\,968$

Вторая и третья получают $60\,000 \times 1,081 \times 1,105 \times 1,06 \times 1,055 \times 1,05 = 84\,156$

Итого 131 124,9

2-я стратегия. Инвестирование 50 000 — 50 000

Сначала 1 год низкого тарифа, затем 4 года тариф высокий.

Первая фирма получит $40\,000 \times 1,06 \times 1,055 \times 1,05 = 58\,711$

Вторая $50\,000 \times 1,086 \times 1,11 \times 1,06 \times 1,055 \times 1,0 = 70\,773$

Оба варианта оказываются хуже, чем стратегия неоказания преференций.

Задача № 9. «Необитаемый остров»

Представьте, что Вы на долгое время оказались на необитаемом острове в компании всех остальных участников школьного конкурса РЭШ. Поскольку выбраться с необитаемого острова не представляется возможным, нужно привыкать к новой жизни и выбирать свою профессию. Можно освоить ровно одну из четырех профессий: врача, предпринимателя, ученого или государственного служащего (референдум, проведенный на острове, показал, что вы хотите образовать независимое государство). Когда все участники школьного конкурса РЭШ сделают свой выбор, определится число представителей каждой профессии. Все денежные взаиморасчеты на острове выражаются в баллах за эту задачу.

- Все госслужащие получают от государства фиксированную заработную плату в размере 10.
- Каждый житель острова платит врачам 3 за оказание частной медицинской помощи. Если бюджет жителя меньше 3, то он платит врачам все, что у него есть. Все врачи оказывают медицинские услуги в равной мере и делят зарплату поровну.
- Чем больше ученых, тем сильнее еженедельный научный семинар островного университета, тем выше качество научных результатов, получаемых учеными, тем выше размер надбавок за академические достижения, выплачиваемых университетом ученым. А именно, каждый ученый получает надбавку за академические достижения в размере 1,5 за каждый процентный пункт превышения доли ученых над 25 %. Если ученых меньше 25 %, то нет критической массы ученых, достаточной для того, чтобы делать научные открытия, и ученые не получают никаких результатов или денег.
- У предпринимателей все наоборот: чем меньше предпринимателей, тем меньше конкуренция между ними, тем большую прибыль они получают. За каждый процентный пункт доли предпринимателей на острове, недостающий до 15 %, предприниматель получает 3. Если предпринимателей больше 15 %, то конкуренция между ними настолько велика, что они не получают никакой прибыли.

Какую профессию Вы освоите? В ответе достаточно написать одно слово: врач, предприниматель, ученый или госслужащий.

Решение

«Правильного» решения у этой задачи нет. Всё дело в том, что итоговый результат очень сильно зависит от того, кто принимает участие в данном турнире. Школьники далеко не одинаковы: у ученика лица, в котором сделан упор на занятия по основам предпринимательской деятельности, интересы могут отличаться от интересов ученика из физико-математической школы. При этом интересы школьника могут влиять на выбранные им стратегии. Чтобы проиллюстрировать этот факт, рассмотрим две категории людей, решавших эту задачу. Первая категория – это участники школьного конкурса РЭШ.

Всего это задание было выполнено ровно 100 школьниками. Распределение ответов:

госслужащий	22
врач	35
ученый	21
предприниматель	22

В соответствии с условиями задачи, участники получили следующие баллы:

госслужащий	7
врач	2
ученый	0
предприниматель	0

Независимо от школьного конкурса РЭШ учитель математики Игорь Александрович Эльман решил устроить опрос своих друзей, предложив им выбрать одну из четырех профессий на своей странице ВКонтакте: http://vk.com/feed?section=comments&w=poll1141268_1385

В опросе по состоянию на 15 апреля 2013 года приняло участие 138 человек. Распределение их ответов таково:

госслужащий	17
врач	45
ученый	66
предприниматель	10

Если бы эти респонденты принимали участие в школьном конкурсе РЭШ, то они бы получили следующие баллы:

госслужащий	7
врач	6
ученый	32
предприниматель	21

Чем можно объяснить такое поразительное отличие в распределении ответов участников двух групп? Одно из возможных объяснений — структурное различие двух выборок. Если в конкурсе РЭШ принимали участие исключительно школьники, то среди друзей Игоря Александровича есть много людей, получивших высшее образование, в том числе преподавателей и ученых. Поэтому ответ «Ученый» мог быть для них более привлекательным. Если же из ответивших на вопрос Игоря Александровича оставить только женщин (возможность посмотреть эту статистику имеется ВКонтакте), то можно обнаружить, что ни одна из 47 женщин, участвовавших в опросе, не захотела быть предпринимателем. Таким образом, структура выборки может сильно влиять на распределение ответов опроса.

Как же нужно было решать эту задачу участнику школьного конкурса? Нужно постараться угадать, какие ответы дадут остальные участники турнира. В ситуации, когда ни одну из альтернатив нельзя исключить как явно слабую, и никакая альтернатива не выглядит однозначно хорошей, можно ожидать приблизительно равномерного распределения ответов остальных участников. В этом случае и предприниматели, и ученые, и врачи будут получать не больше 2-3 баллов, в то же время профессия госслужащего принесет 7 баллов. Значит, именно она является оптимальной при сделанном предположении.