

## VI Международный школьный конкурс РЭШ

3 марта — 5 апреля 2015 года

---



Экономика  
для школьников  
ILoveEconomics.ru

### Решения задач

Школьный конкурс РЭШ призван популяризировать экономическое образование в средней школе. Он проходит в формате заочной олимпиады весной каждого года, к участию приглашаются школьники 8—11 классов независимо от того, преподается ли в их школе экономика. Задания конкурса не требуют наличия специальных экономических знаний; для их успешного решения необходимо продемонстрировать умение проводить строго обоснованные логические и математические рассуждения. Таким образом, для тех школьников, кто никогда раньше не изучал экономику, Конкурс — это возможность разобраться в том, как она устроена, решая интересные задачи. Для тех, кто уже имеет опыт участия в олимпиадах по экономике, Конкурс может стать хорошей возможностью проверить себя перед заключительным этапом Всероссийской олимпиады.

В жюри Конкурса входят студенты, выпускники и преподаватели РЭШ. Традиционно победители и призеры получают дипломы и научно-популярную литературу по экономике, в 2015 году диплом победителя или призера Конкурса может быть засчитан в качестве индивидуального достижения абитуриента Совместной программы НИУ ВШЭ и РЭШ по экономике (<http://www.nes.ru/ru/programs/ba/admission/admission2015/individ>). Кроме дипломов победителей и призеров, в 2015 году жюри вручит призы за лучшие (наиболее изящные и оригинальные) решения отдельных задач, поэтому стоит попробовать себя, даже если вы не хотите оформлять все задания.

Подробная информация, правила и состав жюри публикуются на сайте Конкурса.

---

Сайт Конкурса

<http://2015.ILoveEconomics.ru>

---

Страница Конкурса на сайте РЭШ

<http://www.nes.ru/ru/events/konkurs>

---

Страница Конкурса на сайте ILE

<http://ILoveEconomics.ru/nes>

---

**Задача 1. Нужен ли тренажерный зал?****(10 баллов)**

а) Университет в Англии рассматривает вопрос об оборудовании общежития тренажерным залом. Суммарные затраты на реализацию проекта составят 95 000 фунтов стерлингов, которые университет может взять со своего счета в банке. Приглашенные консультанты подсчитали, что с учетом улучшения уровня сервиса ежегодную плату за общежитие можно поднять на 40 % без потери в количестве студентов, которые согласятся жить в общежитии. При этом суммарный объем платежей за общежития за год возрастет до 140 000 фунтов стерлингов. Затраты на реализацию проекта нужно понести в начале года, плата за общежитие студентами вносится в конце каждого года, также в конце каждого года банк начисляет на сумму вклада 10 % от суммы, находившейся там в течение года. Срок службы тренажеров 3 года, после чего надо либо закупать новое оборудование, либо закрывать тренажерный зал. Стоит ли университету оборудовать новый тренажерный зал, если при принятии решения он хочет, чтобы на его счете к концу третьего года накопилась максимальная сумма денег?

б) Предположим, что университет уже закупил оборудование для тренажерных залов, после чего, однако, выяснилось, что в существующем корпусе отсутствует помещение, в котором можно разместить все тренажеры, и поэтому необходимо возвести пристройку, что обойдется дополнительно в 90 000 фунтов стерлингов. Вернуть тренажеры поставщику нельзя, в случае отсутствия пристройки они просто будут стоять на складе. Будет ли университету выгодно оборудовать тренажерный зал в пристройке?

**Решение**

а) Поскольку сумма платежей после увеличения на 40 % станет равна 140 000 фунтов стерлингов, до увеличения она была равна 100 000 фунтов.

Пусть на банковском счете университета лежит сумма  $X$ . Пролежав на счете год, сумма увеличивается в 1,1 раза (на 10 %). Кроме того, университет трижды получит плату за общежития. Посчитаем, сколько денег будет у университета к концу третьего года:

Сумма	Количество лет на вкладе	Итог с процентами
$X$	3	$X \cdot 1,1^3$
100 000	2	$100\,000 \cdot 1,1^2$
100 000	1	$100\,000 \cdot 1,1$
100 000	0	100 000

Сложив содержимое третьего столбца, можно получить общую сумму на вкладе к концу третьего года. Теперь рассмотрим случай, когда университет решает оборудовать тренажерный зал.

Сумма	Количество лет на вкладе	Итог с процентами
$X - 95\,000$	3	$(X - 95\,000) \cdot 1,1^3$
140 000	2	$140\,000 \cdot 1,1^2$
140 000	1	$140\,000 \cdot 1,1$
140 000	0	140 000

Легко посчитать, что вторая итоговая сумма будет больше первой на  $(-95\,000) \cdot 1,1^3 + 40\,000 \cdot (1,1^2 + 1,1 + 1) = 5\,955$  фунтов стерлингов. Значит, зал выгодно оборудовать.

б) Понесенные затраты нельзя вернуть, поэтому не нужно принимать их во внимание при решении о возведении пристройки. Следовательно, затраты на осуществление проекта теперь составляют 90 000 фунтов стерлингов, а выгоды такие же, как в предыдущем пункте. Но в этом случае оборудовать зал тем более выгодно: это было выгодно даже при больших затратах.

## Задача 2. Облигация Большого Билла

(8 баллов)

Вы работаете менеджером пенсионного фонда «Светлое будущее», который вкладывает средства в облигации. Сначала вы покупаете облигацию по какой-то цене  $P$ , а по окончании срока ее действия (через  $T$  лет) вы получаете сумму  $N$  (больше никаких платежей нет, это называется *дисконтная облигация*), при этом  $N > P$ , так что вы фактически даете займы тому, кто выпустил облигацию. У вас есть возможность вложить деньги в облигации трех видов, количество облигаций каждого вида может быть любым.

Облигация	$P$	$N$	$T$
Первая	8 500	10 000	1
Вторая	7 000	10 000	2
Третья	5 500	10 000	3

Большой Билл из инвестиционного банка «Золотое Руно» предлагает финансовую инновацию — облигацию «Тройка». Облигация «Тройка» — это трехгодичная облигация, по истечении которой вы получаете сумму  $N = 100\,000$ , а кроме того, получаете сумму  $C = 20\,000$  рублей в конце каждого года ее срока действия, начиная с первого (это называется *купонная облигация*). Таким образом, поток платежей по этой облигации выглядит следующим образом:

Сейчас	Через год	Через 2 года	Через 3 года
$-P$	20 000	20 000	20 000 + 100 000

В связи с высокой доходностью, Большой Билл ожидает большой спрос на новый финансовый инструмент и предлагает «Светлому будущему» купить «Тройку» по цене 100 000 рублей.

- Выгодно ли вам покупать облигацию «Тройка» по такой цене?
- По какой максимальной цене вам выгодно согласиться купить облигацию «Тройка»?

## Решение

а) Рассмотрим инвестиционный портфель, состоящий из двух Первых облигаций, двух Вторых и двенадцати Третьих. Такой портфель принесет нам точно такой же поток платежей, как облигация «Тройка», но будет стоить меньше 100 000 рублей. Следовательно, покупать «Тройку» за 100 000 рублей не выгодно.

б) Описанный в пункте а) портфель является единственным способом воспроизвести денежные потоки облигации «Тройка» и стоит  $8\,500 \cdot 2 + 7\,000 \cdot 2 + 5\,500 \cdot 12 = 97\,000$  рублей. Следовательно, 97 000 рублей — максимальная цена облигации «Тройка», при которой ее имеет смысл покупать.

**Задача 3. Дружеская скидка**

(12 баллов)

Когда люди продают подержанные (бывшие в употреблении) товары своим друзьям или родственникам, считается нормальным сделать небольшую скидку по дружбе (*«Вообще-то я продаю этот iPhone за 25 тысяч рублей, но тебе как другу отдам за 20 тысяч»*). По большому счету, в этом нет ничего удивительного — люди ценят дружбу, и поэтому готовы отказаться от финансовой выгоды в обмен на улучшение настроения своего друга. Однако если дело только в этом, то непонятно, почему не так распространена «дружеская наценка» (*«Я знаю, что ты продаешь свой iPhone за 25 тысяч рублей, но так как ты мой друг, я куплю у тебя его за 30 тысяч»*) — ведь здесь работает такой же механизм: один друг отказывается от части выгоды в пользу другого. Объясните это явление.

**Решение**

Можно привести следующие объяснения.

- Транзакционные издержки. Продать подержанную вещь сложнее и дороже (с точки зрения сопутствующих затрат), чем купить ее: как правило, нужно сфотографировать ее, зарегистрироваться на сайте, где размещаются объявления, разместить объявление, ввести описание вещи. После этого нужно договариваться с покупателями, встречаться с ними, при этом покупатель может отказаться от сделки в последний момент, посмотрев на продаваемый объект вблизи. Так что если продавцу подвернулась возможность продать кому-то сразу, то может быть абсолютно рационально сделать скидку. С другой стороны, у покупателя таких издержек нет, потому что на таких рынках затраты на размещение объявлений по большей части несут продавцы.
- Собственник какого-то товара обычно не обладает полной информацией о качестве этого товара. Условно говоря, водители машин не знают точно, когда их машины сломаются. Когда товары продаются незнакомым людям, это не имеет значения для продавцов — когда бы ни сломалась машина у нового обладателя, это не скажется на благосостоянии старого владельца. Однако когда люди продают товары своим знакомым, это имеет значение: если вы купили у своего друга машину, у которой на следующий день сломался двигатель, вы можете обидеться на друга. Особенно сильно вы можете обидеться, если за машину вы дорого заплатили. Поэтому, когда люди продают товары друзьям, они перестраховываются и назначают более низкую цену, чтобы моральные издержки в случае выхода вещи из строя были ниже..
- Если ваш друг покупает у вас подержанные товары (скажем, автомобиль или электронику), то это чаще всего значит, что он беднее, чем вы, и не может себе позволить купить новый продукт. В обществе считается более справедливым перераспределять благосостояние от богатых к бедным, и, надо полагать, в дружеских отношениях действует такой же принцип. Бывают, однако, случаи, когда люди продают что-то потому, что им срочно понадобились деньги, скажем, на лечение (и тогда продажа подержанной вещи как раз является сигналом о «бедности», а не покупка). Тогда это уже не перераспределение от богатых к бедным, и тогда друзья могут (и часто так и поступают) купить товар выше рыночной стоимости, занимаясь чем-то вроде благотворительности.

**Задача 4. Доллар и гречка****(20 баллов)**

В семье студента Сергея мама зарабатывает 20 тыс. руб. в месяц, папа 40 тыс. руб. в месяц, а Сергей подрабатывает репетитором с иностранцами и получает 100 долларов США в месяц. Среднемесячные расходы семьи в январе 2015 года составляют 50 тыс. рублей.

На семейном совете было решено копить на японский мопед, цена которого в январе составляет 1 200 долларов США, и все доходы сверх расходов будут идти на накопление необходимой суммы. Курс доллара на 1 января составил 60 рублей за доллар. Сергей может открыть срочный пополняемый рублевый вклад в банке на полгода из расчета 8 % годовых (соответственно 4 % за полгода).

Министерство экономического развития (МЭР) прогнозирует, что среднемесячная рублевая инфляция в 2015 году составит 1 % в месяц (соответственно пропорционально будут расти и расходы семьи Сергея), а курс доллара будет расти на 1 рубль за доллар каждый месяц. Продавец мопеда заявил, что его цена в долларах меняться не будет.

Друг Сергея Иван предлагает занять деньги в банке, купить на них оптом гречку по 50 рублей за килограмм и продать ее через полгода, перед началом нового урожая, когда цены на нее максимальны. Он ожидает роста цен на гречку в среднем на 5 % в месяц. Банк готов выделить целевой кредит молодым предпринимателям под 20 % годовых, но не более 50 тыс. рублей.

**а)** Предположим, что все прогнозы МЭР и Ивана сбудутся. Как бы вы посоветовали Сергею действовать, чтобы он как можно раньше купил мопед? Когда он сможет его приобрести?

**б)** Предположим, что Сергей последовал вашему совету из пункта **а**). В апреле ЦБ неожиданно решил зафиксировать курс доллара на уровне 64 рубля за доллар до конца года. Как следует поступить Сергею в этом случае?

**в)** Предположим, дядя Сергея работает в Центробанке и заранее в январе сообщил Сергею, что курс будет зафиксирован. Как лучше всего было поступить Сергею в этом случае?

**Решение**

Решение этой задачи предполагает ввод некоторых предпосылок и допущений. Первое допущение касается срока погашения кредита. Будем предполагать, что кредит гасится в тот момент, когда будет продана гречка. Второе допущение касается темпа роста цен на гречку и обменного курса рубля в течение месяца. В нашем предположении будем считать, что внутри месяца данные величины растут линейно. Третье предположение касается способа начисления процентов по целевому кредиту на гречку в случае досрочного погашения кредита. Для простоты анализа предположим, что проценты начисляются линейно, т. е. за  $X$  месяцев пользования кредитом надо заплатить  $X \cdot 20/12$  % (или 1,67 % в месяц). Семья получает доход и осуществляет расходы в конце месяца и может осуществлять финансовые операции со средствами, оставшимися после погашения текущих расходов, начиная с 1-го числа следующего месяца (т. е. доход за январь станет доступен для вложений только 1 февраля и т. д.).

Участники вправе в ходе решения сделать другие предположения относительно указанных величин: например, ввести предпосылку о сложном характере роста процентов по кредиту внутри года, т. е. месячный процент будет вычисляться как  $\sqrt[12]{1,2} - 1$ , или что доллар растет скачком 1 числа каждого месяца. Данные вариации будут засчитываться как корректное решение, если логика рассуждений и приведенные расчеты в рамках сделанных предпосылок будут верны.

**а)** Заметим сначала, что поскольку банк выдает целевой кредит, то потратить его куда либо кроме как на покупку гречки нельзя. Кроме того, предполагая, что на начало года свободных денежных средств у семьи нет, то вложить дополнительные средства кроме тех, что взяты у банка,

также нельзя. Таким образом, для принятия решения, стоит ли реализовывать проект с гречкой, необходимо посчитать, принесет ли он прибыль безотносительно других решений.

Гречка, купленная на 50 000 рублей, к 1 июля будет стоить  $50\,000 \cdot 1,05^6$  что приблизительно составляет 67 005 рублей. Выплатить банку необходимо  $50\,000 \cdot 1,1 = 55\,000$  (за полгода) рублей. Таким образом, чистый доход проекта — 12 005 рублей и его нужно реализовывать.

Рассмотрим теперь, стоит ли класть деньги на депозит в банк. При росте курса рубля на 1 рубль в месяц минимальная месячная доходность составит  $72/71 - 1 = 1,4\%$ . Соответственно, за полгода доход от вложения всей свободной наличности в доллары будет превышать доход от депозита (даже с простыми процентами  $1,4\% \cdot 6 > 4\%$ ).

Заметим, что доходность от вложений в гречку превышает доход от роста курса доллара (самый большой темп роста курса доллара в январе  $61/60 - 1 = 1,67\% < 5\%$ ). Поэтому даже валютный доход выгодно переводить в рубли и на полученную сумму покупать гречку. Составим баланс доходов и расходов семьи по месяцам (см. первую таблицу на стр. 8). Показатели по столбцам означают следующее:

1. Доход в рублях — семейный доход родителей Сергея.
2. Расход в рублях — расходы семьи в рублях, каждый месяц увеличиваются на 1 %.
3. Сбережения в рублях — разница между первым и вторым столбцом.
4. Доход в долларах — тот доход, который получает Сергей за репетиторство
5. Курс доллара — курс валюты на 1-е число каждого месяца.
6. Объем инвестиций в гречку за счет дохода (в рублях):
  - на 1 января у семьи нет дохода, чтобы инвестировать в гречку;
  - на 1 февраля они купили гречки на рублевый доход и на сумму от продажи долларо-го дохода ( $10\,000 + 100 \cdot 61 = 16\,100$ );
  - начиная с 1 марта, сумма, указанная в данном столбце, рассчитывается как величина инвестиций в гречку по состоянию на 1 число предыдущего месяца, проиндексированная на 5 %, плюс рублевый и долларовый доход за месяц (конвертированный в рубли по курсу на 1-е число текущего месяца). На примере марта это составит  $16\,100 \cdot 1,05 + 9500 + 100 \cdot 62 = 32\,605$  и т. д.
7. Объем инвестиций в гречку за счет кредита (в рублях) — сумма в 50 000 рублей, проиндексированная каждый месяц на 5 %.
8. Объем погашения кредита — величина, которую необходимо погасить банку за кредит, рассчитывается как 50 000 рублей, на который каждый месяц линейным методом (т. е. не прибавляя суммы процентов к базе долга) начисляются проценты за пользование кредитом по ставке 1,67 % (рассчитывается как 20 %, деленные на 12 месяцев). Например, 1 февраля сумма процентов составит  $50000 + 50000 \cdot (1 + 0,0167)$  и т. д.
9. Чистая стоимость инвестиций в гречку, всего (в рублях) — отражает чистую сумму, которую можно получить, продав гречку в соответствующую дату, если погасить кредит. Рассчитывается как сумма столбцов (6) + (7) за вычетом столбца (8).
10. Стоимость инвестиций в гречку в долларах — поскольку нам необходимо купить мопед за доллары, то сумму, полученную от продажи гречки, необходимо конвертировать в доллары по курсу на соответствующую дату. Соответственно, значения в столбце (10) получены как значение в столбце (9), деленное на значение в столбце (5).



Дата	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 января	0	0	0	0	60	0	50 000	50 000	0	
1 февраля	60 000	50 000	10 000	100	61	16 100	52 500	50 833	17 767	291
1 марта	60 000	50 500	9 500	100	62	32 605	55 125	51 667	36 063	582
1 апреля	60 000	51 005	8 995	100	63	49 530	57 881	52 500	54 912	872
1 мая	60 000	51 515	8 485	100	64	66 892	60 775	53 333	74 334	1 161
1 июня	60 000	52 030	7 970	100	65	84 706	63 814	54 167	94 354	1 452

Из таблицы видно, что на 1 мая у семьи объем чистых инвестиций в гречку (стоимость гречки после возврата кредита) в долларовом выражении составляет 1161 доллар, что меньше 1200 долларов. Также видно, что на 1 июня объема средств хватит, чтобы купить мопед. С учетом линейного роста показателей внутри месяца можно составить уравнение точной даты покупки:

$$(66892 + 60775) \cdot \left(1 + \frac{5}{31 \cdot 100}x\right) = 1200 \cdot 64 \cdot \left(1 + \frac{1}{31 \cdot 100}x\right) + 53333 \cdot \left(1 + \frac{1}{12 \cdot 31 \cdot 100}x\right)$$

Откуда  $x = 13,72$ , что означает, что на 14-й день мая, погасив кредит и продав всю гречку, мопед можно будет купить.

**б)** Построим аналогичную таблицу.

Дата	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 января	0	0	0	0	60	0	50 000	50 000	0	
1 февраля	60 000	50 000	10 000	100	61	16 100	52 500	50 833	17 767	291
1 марта	60 000	50 500	9 500	100	62	32 605	55 125	51 667	36 063	582
1 апреля	60 000	51 005	8 995	100	64	49 630	57 881	52 500	55 012	860
1 мая	60 000	51 515	8 485	100	64	66 997	60 775	53 333	74 439	1 163
1 июня	60 000	52 030	7 970	100	64	84 716	63 814	54 167	94 364	1 474

После того, как курс доллара будет зафиксирован, соотношение доходностей не поменяется. Так что стратегия остается прежней, баланс доходов и расходов семьи приведен во второй таблице на странице 8. По-прежнему, 1 мая покупка недоступна, а 1 июня денег с избытком. Рассчитаем день майской покупки:

$$(66997 + 60775) \cdot \left(1 + \frac{5}{31 \cdot 100}x\right) = 1200 \cdot 64 + 53333 \cdot \left(1 + \frac{1}{12 \cdot 31 \cdot 100}x\right)$$

$x = 12,04$  т. е. на 13-й день мая мопед можно будет купить.

**в)** Проверим доходность вложений в доллар в апреле.  $64/62 - 1 = 3,23\%$ , что меньше, чем доходность от операций с гречкой. Соответственно, в марте всё равно имеет смысл переводить валютную выручку в рубли и покупать гречку. Таким образом, ответ совпадает с пунктом б).

## Задача 5. Цена электричества

(25 баллов)

Предлагаем вам рассмотреть задачу, основанную на принципах формирования рынка электроэнергии в России. Как известно, электричество — товар, который практически невозможно запастись. Сколько электричества вырабатывается, столько и должно быть потреблено (по крайней мере, на уровне потребления страны в целом или отдельных регионов в частности). Кроме того, каждая электростанция обладает двумя характеристиками: минимальный и максимальный объем нагрузки, которые она может нести (они называются  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$ ). То есть если у станции  $P_{\min} = 100$  МВт и  $P_{\max} = 200$  МВт, то станция, если она включена, может нести электрическую нагрузку в любой момент времени от 100 до 200 МВт.

Рынок электроэнергии регулируется следующим образом: системный оператор (СО) каждые сутки собирает заявки станций, которые состоят из трех значений:  $P_{\min}$ ,  $P_{\max}$ , и цена. Далее системный оператор определяет: 1) какие станции включить; 2) какие станции будут нести нагрузку. При этом потребление электричества колеблется в течение суток (ночью потребляется меньше, днем больше). Соответственно, нужно включить станции так, что сумма  $P_{\min}$  включенных станций была меньше или равна минимальному потреблению в течение суток (электричество хранить нельзя), а сумма  $P_{\max}$  включенных станций должна быть больше или равна максимальному потреблению в сутках (иначе некоторым потребителям не хватит энергии).

Системный генератор формирует кривую предложения на рынке на следующие сутки следующим образом: все  $P_{\min}$  тех станций, которые по решению СО включены, предлагаются бесплатно, так как они в любом случае будут работать. Следующей к продаже предлагается нагрузка той станции, которая подала минимальную цену, за вычетом ее  $P_{\min}$  (величина  $(P_{\max} - P_{\min})$  станции называется *дозагрузкой*). Следующей к продаже предлагается дозагрузка станции выставившей предпоследнюю по величине цену и т. д. Цена на сутки определяется как цена той станции, которая закрывает среднесуточное потребление (то есть будет последней в этой цепочке). При этом системный оператор выбирает, какие станции включить, так, чтобы минимизировать цену.

**Пример.** Предположим, что на Сахалине 2 станции с заявками:

Станция	$P_{\min}$ (МВт)	$P_{\max}$ (МВт)	Цена (руб./МВт)
Сахалинская ГРЭС	100	200	500
Сахалинская ТЭЦ	150	250	700

Предположим, что потребление Сахалина 300 МВт и колеблется от 270 до 330 МВт в течение суток (эти величины в отдельно взятый день не зависят от цены электроэнергии). Получается, что СО должен включить обе станции, так как ни одна из станций не способна в одиночку взять нагрузку 330 МВт. Тогда кривая предложения будет иметь вид: 100 + 150 = 250 МВт бесплатно, 100 МВт по цене 500 рублей за МВт и еще 100 МВт по цене 700 рублей за МВт. Учитывая, что суммы  $P_{\min}$  станций и 100 МВт дозагрузки Сахалинской ГРЭС хватает, чтобы закрыть среднесуточное потребление Сахалина ( $250 + 100 > 300$ ) то цена за электричество будет назначена на уровне 500 рублей за МВт.

**Задача.** Предположим, в Красноярском крае системный оператор получил следующие заявки от станций на 1 марта 2015 года:



Станция	$P_{\min}$ (МВт)	$P_{\max}$ (МВт)	Цена (руб./МВт)
Березовская ГРЭС	500	600	300
Красноярская ТЭЦ-1	200	210	450
Красноярская ТЭЦ-2	180	240	480
Красноярская ТЭЦ-3	280	360	500
Минусинская ТЭЦ	180	360	800
ТЭЦ ОАО Русал-Ачинск	200	300	900

Предположим, что среднесуточное потребление прогнозируется на уровне 1000 МВт, а отклонение вниз и вверх может составить по 150 МВт.

а) Какие станции включит системный оператор? Какая цена будет установлена на рынке на 1 марта?

б) Предположим, что ожидаемый уровень потребления (а также его верхняя и нижняя граница) увеличится на 2 %. Какие станции будут включены системным оператором, и какая цена будет установлена на рынке? Как изменится цена по сравнению с пунктом а)?

### Решение

Для удобства будем называть станции БГРЭС, КТЭЦ-1, КТЭЦ-2, КТЭЦ-3, МТЭЦ и ТЭЦ РА.

а) Заметим что сумма  $P_{\min}$  четырех станций, одна из которых БГРЭС, дает  $500 + 2 \cdot 180 + 200 = 1060$ , что больше 850 МВт. Значит, набор, где эта станция присутствует, должен состоять из 3 станций. При этом для случая 850 МВт минимальный набор из 3 станций составляет  $500 + 2 \cdot 180 = 860$ , что не удовлетворяет требованиям по  $P_{\min}$ .

Сумма  $P_{\min}$  всех оставшихся пяти станций (без БГРЭС) равна 1040, что больше требуемого.

Максимальная сумма  $P_{\max}$  трех станций из этих пяти (КТЭЦ-3, МТЭЦ и ТЭЦ РА) составляет  $360 + 360 + 300 = 1020$ , что меньше 1050, т. е. не покрывает максимальную нагрузку.

Таким образом, нам необходим набор из четырех станций, в составе которого нет БГРЭС.

Минимальный набор  $P_{\min}$  из четырех станций  $2 \cdot 180 + 2 \cdot 200 = 760$  МВт, его  $P_{\max}$  составляет 1110 МВт, что меньше необходимых 1150 МВт для покрытия максимальной нагрузки.

Следующие два набора, когда одну из станций с  $P_{\min} = 200$  (КТЭЦ-1 или ТЭЦ РА) заменяем КТЭЦ-3 с  $P_{\min} = 280$  (минимально возможный прирост равен +80), в сумме дают 840 МВт, нам подходят. Это наборы:

- ТЭЦ-1, КТЭЦ-2, КТЭЦ-3 и МТЭЦ с  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$  соответственно 840 и 1170 МВт (набор 1);
- КТЭЦ-2, КТЭЦ-3, МТЭЦ и ТЭЦ РА с  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$  соответственно 840 и 1260 МВт (набор 2).

Определим цену для указанных двух вариантов.

Набор 1				
Замыкающая станция	КТЭЦ-1	КТЭЦ-2	КТЭЦ-3	МТЭЦ
Цена	450	480	500	800
Объем дозагрузки (накопительным итогом)	10	70	150	330

Набор 2				
Замыкающая станция	КТЭЦ-2	КТЭЦ-3	МТЭЦ	ТЭЦ РА
Цена	480	500	800	900
Объем дозагрузки (накопительным итогом)	60	140	320	420

При этом разница между среднедневной нагрузкой и суммой  $P_{\min}$  в обоих вариантах составляет 160 МВт, т. е. замыкающей в обоих случаях является МТЭЦ с ценой 800 рублей.

Следующий вариант набора нагрузки: замена МТЭЦ или КТЭЦ-2 на КТЭЦ-3 (что даст увеличение  $P_{\min}$  на 100) уже не подходит, так как  $P_{\min}$  станций будет составлять 860 МВт, что выше ночного минимума.

Ответ на пункт а) включает один из двух указанных наборов, цена составит 800 рублей.

б) Объем среднесуточной нагрузки 1020 МВт, минимальная граница 867 МВт, максимальная — 1173 МВт. В этом случае минимальный объем  $P_{\min}$  набора из трех станций, одна из которых БГРЭС, составит  $500 + 2 \cdot 180 = 860$ , что меньше 867.  $P_{\max}$  этих станций (БГРЭС, КТЭЦ-2, МТЭЦ, далее набор 1) составляет  $600 + 240 + 360 = 1200 > 1173$ .

Заметим, что если заменить КТЭЦ-2 или МТЭЦ на станцию с  $P_{\min}$ , равным 200 МВт, минимальные суточные требования уже не будут соблюдаться ( $880 > 867$ ). Таким образом, единственный набор, в составе которого есть БГРЭС и который удовлетворяет требованиям, — это указанный выше набор (так как  $P_{\min}$  четырех или, тем более, пяти станций с БГРЭС будет заведомо выше).

Заметим, что и в случае роста спроса на 2 %  $P_{\max}$  трех из пяти станций, среди которых нет БГРЭС, составляет 1020 МВт, что по-прежнему меньше необходимого максимума в 1173 МВт.

Значит, оставшиеся доступные наборы нужно искать среди четырех станций без БГРЭС. Вариант с минимальным  $P_{\min}$  по-прежнему нас не устраивает ( $P_{\max}$  1110 меньше 1173). Остается 2 варианта с  $P_{\min} = 840$  и 2 варианта с  $P_{\min} = 860$ :

- КТЭЦ-1, КТЭЦ-2, КТЭЦ-3 и МТЭЦ с  $P_{\min} = 840$  и  $P_{\max} = 1170$  не подходит, так как  $1170 < 1173$ ;
- КТЭЦ-2, КТЭЦ-3, МТЭЦ и ТЭЦ РА с  $P_{\min} = 840$  и  $P_{\max} = 1260$  (набор 2);
- КТЭЦ-1, КТЭЦ-2, КТЭЦ-3 и ТЭЦ РА с  $P_{\min} = 860$  и  $P_{\max} = 1110$  не подходит, так как  $1110 < 1173$ ;
- КТЭЦ-1, КТЭЦ-3, МТЭЦ и ТЭЦ РА с  $P_{\min} = 860$  и  $P_{\max} = 1230$  (набор 3).

Объемы дозагрузки наборов:

Набор 1			
Замыкающая станция	БГРЭС	КТЭЦ-2	МТЭЦ
Цена	300	480	800
Объем дозагрузки (накопительным итогом)	100	160	340

Набор 2				
Замыкающая станция	КТЭЦ-2	КТЭЦ-3	МТЭЦ	ТЭЦ РА
Цена	480	500	800	900
Объем дозагрузки (накопительным итогом)	60	140	320	420

Набор 3				
Замыкающая станция	КТЭЦ-1	КТЭЦ-3	МТЭЦ	ТЭЦ РА
Цена	450	500	800	900
Объем дозагрузки (накопительным итогом)	10	90	270	370

Составим таблицу, в которой укажем разницу между среднесуточным потреблением и  $P_{\min}$ , а также замыкающую станцию и цену для разных наборов:

Набор	Разница	Станция	Цена
Набор 1	160	КТЭЦ-2	480
Набор 2	180	МТЭЦ	800
Набор 3	160	МТЭЦ	800

Ответ пункта б) включают БГРЭС, КТЭЦ-2, МТЭЦ цена на рынке составит 480 р., что меньше чем в пункте а) за счет возможности ввода большой станции с низкой дозагрузкой.

**Задача 6. Робинзон и туземцы**

(25 баллов)

Робинзон Крузо ожидает, что через 3 года приплывет корабль и заберет его в Европу. Пока же он решил, используя свои навыки в кораблестроении, делать лодки для туземцев. При этом он может, если захочет, нанять себе в помощники одного или двух туземцев (больше народу будет только мешать). Время на постройку одной лодки задается уравнением:

$$t = \frac{12}{2 + L},$$

где  $t$  — время постройки в месяцах, а  $L$  — количество нанятых для постройки туземцев.

Продать Робинзон может только полностью построенную лодку. Взяв кого-либо в помощники, Робинзон уже не сможет отказаться от его услуг (туземцы могут обидеться, что отвергают их помощь) и должен будет строить в дальнейшем лодки с его помощью.

Туземцы готовы покупать лодку исходя из следующего правила. За первую лодку они заплатят  $50 - (2 + L)$  золотых самородков, где  $L$  — количество нанятых на работу над проданной лодкой (чем больше наймет туземцев Робинзон, тем ниже они ценят лодку, ведь качество производства снижается, и чем больше лодок продано, тем меньше туземцы в них нуждаются). За каждую последующую они готовы платить на  $(2 + L)$  самородков меньше, то есть за  $i$ -ю лодку они готовы платить  $50 - i(2 + L)$ .

а) Предположим, что Робинзон должен определиться с количеством работников с самого начала. Сколько человек он наймет и сколько самородков у него будет к моменту прибытия корабля из Европы?

б) Предположим, что Робинзон может нанять туземцев перед началом работы над любой из лодок (уволить потом по-прежнему нельзя). Какой график работы над лодками он выберет и сколько самородков у него будет к моменту прибытия корабля?

**Решение**

Заметим, что, поскольку других занятий у Робинзона нет, ему нужно продавать как можно больше лодок, за которые туземцы готовы платить положительную сумму денег. Значит, в любом случае продано будет максимальное количество лодок, которые может произвести Робинзон.

а) Посчитаем выручку Робинзона при разном количестве нанятых туземцев.

<b>Количество нанятых работников (<math>L</math>)</b>	0	1	2
<b>Время на постройку лодки (<math>t</math>)</b>	6	4	3
<b>Максимальное количество лодок на продажу (<math>n</math>)</b>	6	9	12
<b>Цена за первую лодку (<math>P_1</math>)</b>	48	47	46
<b>Скидка за каждую последующую лодку (<math>d</math>)</b>	2	3	4

Цена продажи каждой последующей лодки получается из предыдущей по правилу  $P_{i+1} = P_i - d$ . Цены проданных лодок, таким образом, составляют арифметическую прогрессию с первым членом  $P_1$  и шагом  $(-d)$ . Выручка — сумма первых  $n$  членов такой прогрессии. Посчитаем ее в каждом случае по формуле

$$S_n = n \left( P_1 + \frac{-d(n-1)}{2} \right).$$

<b>Количество нанятых работников (<math>L</math>)</b>	0	1	2
<b>Выручка</b>	258	315	288

Легко проверить, что туземцы во всех случаях готовы платить положительную сумму за каждую купленную у Робинзона лодку, так что продажа всех лодок оправдана.

Выходит, что для получения максимальной выручки, равной 315 самородков, Робинзону нужно нанять 1 туземца.

б) Заметим, что диапазон количества лодок, который может произвести Робинзон, по-прежнему от 6 до 12. При этом 12 лодок он может произвести, только наняв с самого начала 2 работников (рассмотрено в пункте а)).

Покажем, что снижение выработки на 1 лодку (например, с 12 до 11) эквивалентно высвобождению 3 «лишних» месяцев. Действительно, если нужно произвести 11 лодок и с самого начала нанять двух работников, то последние 3 месяца можно не работать. Соответственно, появляется возможность произвести первые лодки с меньшим количеством помощников, растянув тем самым срок производства, но увеличив стоимость первой и всех последующих лодок.

Заметим, что если работать в одиночку (без найма работников) то на 1 лодку уходит на 3 месяца больше, чем если нанять двух работников (6 против 3). Если работать с одним работником, то на 1 месяц дольше (4 против 3). Таким образом, высвобождая 3 месяца отказом от производства лодки, мы можем позволить себе распределить их на 3 лодки работы с одним помощником или на 1 лодку, произведенную только силами Робинзона в одиночку.

## 11 лодок

Рассмотрим варианты найма работников для 11 лодок. Заметим, что варианты, где остаются недоиспользованные месяцы, неэффективны, так как если мы раньше времени наймем второго помощника (например, на производство второй лодки) то для каждой лодки, начиная с которой мы его наняли, ее цена и цена всех последующих лодок будет снижена на единицу.

### Схема 1

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Всего
Количество помощников	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
Время (месяцев)	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	34
Цена продажи	47	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7	297

### Схема 2

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Всего
Количество помощников	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
Время (месяцев)	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	35
Цена продажи	47	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	307

рассматривая в дальнейшем отказ от одной лодки, мы будем учитывать только варианты, которые используют высвободившееся время либо для замены на 3 лодки производством Робинзона и 1 помощника либо для замены на 1 лодку производством Робинзона в одиночку. На примере производства 11 лодок это означает **схему 3** или **схему 4**.

### Схема 3

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Всего
Количество помощников	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
Время (месяцев)	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	36
Цена продажи	47	44	41	37	33	29	25	21	17	13	9	316

**Схема 4**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Всего
Количество помощников	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
Время (месяцев)	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	36
Цена продажи	48	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	308

Для 11 лодок оптимальной схемой будет производство 3 лодок силами 1 помощника и 8 лодок силами 2 помощников, что принесет выручку в размере 316.

**10 лодок**

В соответствии с приведенными выше рассуждениями, отказ от 2 лодок эквивалентен 6 свободным месяцам, которые можно распределить:

- либо на производство 2 лодок в одиночку и 8 лодок с 2 помощниками,
- либо на производство 6 лодок с 1 помощником и 4 лодок с 2 помощниками,
- либо на производство 1 лодки в одиночку, 3 лодок с одним помощником и 6 лодок с 2 помощниками.

**Схема 5**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Количество помощников	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	
Время (месяцев)	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	36
Цена продажи	48	46	42	38	34	30	26	22	18	14	318

**Схема 6**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Количество помощников	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	
Время (месяцев)	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	36
Цена продажи	47	44	41	38	35	32	28	24	20	16	325

**Схема 7**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Количество помощников	0	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
Время (месяцев)	6	4	4	4	3	3	3	3	3	3	36
Цена продажи	48	45	42	39	35	31	27	23	19	15	324

**9 лодок**

В соответствии с приведенными выше рассуждениями, отказ от 3 лодок эквивалентен 9 свободным месяцам, которые можно распределить:

- либо на производство 3 лодок в одиночку и 6 лодок с 2 помощниками,
- либо на производство 2 лодки в одиночку, 3 лодок с 1 помощником и 4 лодок с 2 помощниками,
- либо на производство 1 лодки в одиночку, 6 лодок с 1 помощником и 2 лодок с 2 помощниками,
- либо на производство 9 лодок с 1 помощником.

**Схема 8**

<b>№ лодки</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Всего
<b>Количество помощников</b>	0	0	0	2	2	2	2	2	2	
<b>Время (месяцев)</b>	6	6	6	3	3	3	3	3	3	36
<b>Цена продажи</b>	48	46	44	40	36	32	28	24	20	318

**Схема 9**

<b>№ лодки</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Всего
<b>Количество помощников</b>	0	0	1	1	1	2	2	2	2	
<b>Время (месяцев)</b>	6	6	4	4	4	3	3	3	3	36
<b>Цена продажи</b>	48	46	43	40	37	33	29	25	21	322

**Схема 10**

<b>№ лодки</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Всего
<b>Количество помощников</b>	0	1	1	1	1	1	1	2	2	
<b>Время (месяцев)</b>	6	4	4	4	4	4	4	3	3	36
<b>Цена продажи</b>	48	45	42	39	36	33	30	26	22	321

**Схема 11**

<b>№ лодки</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Всего
<b>Количество помощников</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
<b>Время (месяцев)</b>	4	4	4	4	4	4	4	4	4	36
<b>Цена продажи</b>	47	44	41	38	35	32	29	26	23	315

**8 лодок**

Логика отказа от 1 лодки в пользу распределения 3 месяцев для 8 и менее лодок не работает, так как мы теперь Робинзон может производить лодки, вообще не нанимая 2 рабочих.

Поскольку нас интересует продажа лодок за наибольшую цену, то начиная с 8 лодок целесообразно рассматривать производство лодок исходя из количества лодок, произведенных Робинзоном в одиночку. Заметим, что если произвести 1 лодку в одиночку и 7 лодок наняв 1 работника, то суммарно будет потрачено  $6 + 7 \cdot 4 = 34$  месяца, т. е. у нас будут простои, которые эффективно было бы потратить на производство более дорогой лодки.

Поэтому начинать анализ мы будем с производства 2 лодок в одиночку и 6 лодок с 1 помощником (итого  $2 \cdot 6 + 6 \cdot 4 = 36$  месяцев).

Если построить 3 лодки силами одного Робинзона, то у нас останется 18 месяцев на 5 лодок. Построить 5 лодок силами только 1 помощника не получится (потребовалось бы 20 месяцев). Следовательно, если мы хотим, чтобы было построено 3 лодки в одиночку, то мы должны пожертвовать лодками с 1 помощником ради скорости и начиная с определенного момента нанять 2-го помощника.

Отказа только от 1 лодки будет недостаточно: 3 лодки в одиночку, 4 лодки с 1 помощником и 1 лодки с двумя требует 37 месяцев. Соответственно, нужный нам вариант: 3 лодки в одиночку, 3 лодки с 1 помощником и 2 лодки с двумя ( $3 \cdot 6 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 36$ ).

Если построить 4 лодки силами одного Робинзона, то у нас остается 12 месяцев на 4 лодки — как раз если нанять 2 работников. Больше, чем 4 лодки, построить в одиночку не удастся из-за временного ограничения.



**Схема 12**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Количество помощников	0	0	1	1	1	1	1	1	
Время (месяцев)	6	6	4	4	4	4	4	4	36
Цена продажи	48	46	43	40	37	34	31	28	307

**Схема 13**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Количество помощников	0	0	0	1	1	1	2	2	
Время (месяцев)	6	6	6	4	4	4	3	3	36
Цена продажи	48	46	44	41	38	35	31	27	310

**Схема 14**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Количество помощников	0	0	0	0	2	2	2	2	
Время (месяцев)	6	6	6	6	3	3	3	3	36
Цена продажи	48	46	44	42	38	34	30	26	308

**7 лодок**

Аналогично предыдущему пункту, начинаем рассмотрение с производства сразу 3 лодок в одиночку.

Для 3 лодок в одиночку у нас останется  $36 - 6 \cdot 3 = 18$  месяцев для производства 4 лодок. Если их производить наняв 1 помощника, то всё равно останутся лишние 2 месяца, которые было бы эффективней потратить на производство более дорогой лодки в одиночку. Этот вариант отбрасываем.

Если произвести 4 лодки в одиночку, то остается 12 месяцев на производство 3 лодок, что как раз соответствует найму одного помощника.

Если произвести 5 лодок в одиночку, то остается 6 месяцев на производство 2 лодок, что соответствует найму 2 помощников на производство 6-й и 7-й лодки.

Произвести 6 лодок в одиночку невозможно по временным ограничениям.

**Схема 15**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Количество помощников	0	0	0	0	1	1	1	
Время (месяцев)	6	6	6	6	4	4	4	36
Цена продажи	48	46	44	42	39	36	33	288

**Схема 16**

№ лодки	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Количество помощников	0	0	0	0	0	2	2	
Время (месяцев)	6	6	6	6	6	3	3	36
Цена продажи	48	46	44	42	40	38	34	292

**6 лодок**

Производство 6 лодок разобрано в пункте а).

Таким образом, самым оптимальным является производство 10 лодок, при найме 1 работника на производство 6 лодок и 2 работников при найме на производство еще 4 лодок. Суммарная выручка составит 325.

## Задача 7. Оптимальная складчина

(25 баллов)

Саша и Максим живут в одной комнате в общежитии. Для счастливой жизни им очень нужны пылесос и WiFi-роутер. Оба соседа считают, что эти товары необходимо купить, но насчет того, какого качества должны быть эти роутер и пылесос, мнения ребят расходятся.

Счастье Саши можно рассчитать по формуле  $U_S = 4\sqrt{r} + 7\sqrt{p} - T_S$ , где  $U_S$  — уровень счастья Саши,  $r$  — качество роутера,  $p$  — качество пылесоса, а  $T_S$  — расходы Саши (в рублях). Счастье Максима, в свою очередь, задается уравнением  $U_M = \sqrt{r} + 6\sqrt{p} - T_M$ , где  $T_M$  — расходы Максима. Роутер качества  $r$  стоит  $r$  рублей; пылесос качества  $p$  стоит  $2p$  рублей. Каждый из ребят принимает решения так, чтобы его счастье было максимально.

а) Саша учится на экономическом факультете и не любит, когда товары находятся в коллективной собственности. Саша предлагает следующий механизм: он купит роутер, а Максим — пылесос. Пользоваться обоими товарами соседи будут вместе. Определите уровни качества роутера и пылесоса, которые будут куплены соседями, и уровни счастья соседей.

б) Максим учится на юридическом факультете и считает схему из пункта а) несправедливой (пылесосы дороже роутеров), а свой уровень счастья в а) — слишком низким. Он предлагает другой механизм: Саша покупает роутер, Максим — пылесос, но потом расходы на оба товара делятся поровну. Определите уровни качества роутера и пылесоса, которые будут куплены соседями и уровни счастья соседей в новой ситуации. Верно ли, что счастье Максима действительно вырастет по сравнению с пунктом а)? Если ваш ответ «нет», приведите содержательное экономическое объяснение того, почему Максиму не становится лучше.

в) Допустим, что, как и в пункте б), соседи договорились о разделении расходов, но теперь расходы можно делить не поровну. А именно, допустим, что, после того как Саша покупает роутер, а Максим — пылесос, один из друзей выплачивает другому компенсацию таким образом, чтобы Максим в итоге оплатил долю  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) от суммарных расходов соседей. Можно ли подобрать  $\alpha$  таким образом, чтобы счастье каждого из соседей выросло по сравнению с пунктом а)? Если ваш ответ «да», приведите содержательное экономическое объяснение того, почему это возможно.

## Решение

а) Саша выберет значение  $r$  так, чтобы значение величины  $4\sqrt{r} + 7\sqrt{p} - r$  было максимальным. Заметим, что эта функция является квадратичной относительно  $\sqrt{r}$ , ветви параболы направлены вниз, и поэтому максимум достигается в вершине параболы (так будет со всеми функциями, которые мы будем максимизировать в данной задаче). Получаем, что  $\sqrt{r} = 2$ , откуда  $r = 4$ . Заметим, что оптимальное значение  $r$  не зависит от  $p$ , то есть от действий Максима. Аналогично, Максим будет максимизировать величину  $\sqrt{r} + 6\sqrt{p} - 2p$  по  $p$ . Независимо от  $r$ , максимум достигается при  $p = 9/4$ .

Подставляя найденные значения  $p$  и  $r$  в функции счастья, получаем, что уровни счастья будут равны 14,5 для Саши и 6,5 для Максима.

б) Теперь Саша будет решать максимизировать по  $r$  значение величины  $4\sqrt{r} + 7\sqrt{p} - (r + 2p)/2$ . Независимо от  $p$ , максимум достигается при  $r = 16$ . Максим будет максимизировать по  $p$  значение величины  $\sqrt{r} + 6\sqrt{p} - (r + 2p)/2$ . Независимо от  $r$ , максимум достигается при  $p = 9$ . Таким образом, уровни счастья будут равны 20 для Саши и 5 для Максима.  $5 < 6,5$ , и потому Максиму стало только хуже.

Почему это произошло, несмотря на то, что в пункте б), Максим не должен оплачивать покупку пылесоса — товара более дорогого с точки зрения цены единицы качества — самостоятельно? Все дело в том, что складчина изменила поведение соседей. В пункте б) каждый из со-

седей принимает во внимание лишь половину своих расходов, ожидая, что другая половина будет оплачена другим соседом. В результате, соседи покупают гораздо более дорогие (хоть и качественные) роутер и пылесос. В данном конкретном примере, эффект от того, что Максиму приходится оплачивать половину расходов на дорогой роутер, купленный Сашей, превосходит эффект от возросшего качества роутера, и потому Максиму становится хуже. Заметьте, что если бы соседи не изменили поведение, а выбрали те же уровни качества товаров, что и в пункте (а), Максиму действительно стало бы лучше по сравнению с пунктом а).

в) Наблюдения в б) показывают, что складчина имеет два эффекта — (i) рост качества купленных товаров и (ii) рост расходов. Это дает надежду подобрать такой пример, в котором эффект (i) будет для каждого из ребят сильнее, чем эффект (ii), и потому счастье обоих вырастет по сравнению с а). И действительно, такой пример можно подобрать.

Рассмотрим ситуацию, когда Максим оплачивает 40 % суммарных расходов, то есть  $a = 0,4$ . В этом случае Саша будет максимизировать по  $r$   $4\sqrt{r} + 7\sqrt{p} - 0,6(r + 2p)$ , откуда  $r = 100/9$ ; Максим будет максимизировать по  $p$  величину  $\sqrt{r} + 6\sqrt{p} - 0,4(r + 2p)$ , откуда  $p = 225/16$ . Уровни счастья будут равны примерно  $16 > 14,5$  для Саши и примерно  $10,14 > 6,5$  для Максима. Таким образом, оба будут более счастливы.

То, что обоим стало лучше по сравнению с пунктом а), говорит о том, что ситуация в а) была *неэффективной*. Неэффективность возникает из того, что в а) каждый, хоть и учитывает полностью расходы на покупаемый им товар, не учитывает при принятии решения влияние качества покупаемого товара на счастье соседа, и потому ими покупаются товары слишком низкого (с точки зрения общества) качества. При складчине каждый не боится потратить слишком много, купив товар высокого качества, что в ряде случаев может «исправить» неэффективность.

**Задача 8. Уклонение от налогов**

В качестве решения этой задачи вам нужно выбрать одну из альтернатив в нескольких предложенных ситуациях. Объяснять свой выбор не нужно. Ваш результат по этой задаче будет зависеть как от вашего выбора, так и от выбора остальных участников конкурса. Если до конца конкурса вы не сделаете выбор, то ваша оценка за эту задачу будет составлять 0 баллов. Свой выбор можно менять любое количество раз до конца конкурса, засчитана будет последняя версия.

Представьте, что каждый участник конкурса, отправивший ответ на эту задачу, является гражданином небольшого вымышленного государства. Государство решает, какую ставку подоходного налога  $t$  выбрать. Каждый гражданин наделяется **3 баллами** (в каждом пункте задачи), с которых должен быть уплачен налог. Каждый гражданин должен решить, заплатит он налог честно или попытается уклониться от уплаты.

Те, кто решит заплатить налог, получают по  $3(1 - t)$  баллов в каждом случае. Кроме того,

- если доля заплативших налог составит более 50 %, то все, кто не заплатит налог, лишатся всех баллов за эту задачу, и эти баллы (за вычетом налога) будут разделены поровну между теми, кто заплатил налог честно;
- если доля заплативших налог составит не более 50 %, то каждый из тех, кто уклонился от уплаты, получит за соответствующий пункт 3 балла.

Баллы, полученные в разных пунктах задачи, суммируются. Выберите свой способ действий (*заплатить налог или уклониться*) в каждом из следующих случаев:

- $t = 0,13$ ;
- $t = 0,25$ ;
- $t = 0,5$ ;
- $t = 0,75$ .

**Решение**

Результаты приведены в таблице:

$t$	Участников	Заплативших	Процент заплативших	Выигрыш заплатившего	Выигрыш уклонившегося
<b>0,13</b>	80	75	93,8%	2,78	0
<b>0,25</b>	80	72	90,0%	2,50	0
<b>0,5</b>	80	44	55,0%	2,73	0
<b>0,75</b>	80	21	26,3%	0,75	3

Средний балл участников за всю задачу составил 8,77.